

Kryptografia, czyli szyfrowanie danych

Maciej Borowiecki



Konferencja metodyczna „Czy matematyka jest potrzebna informatykom?”
Warszawa, 2 marca 2016 roku



Ośrodek Edukacji Informatycznej
i Zastosowań Komputerów w Warszawie

Kryptoanaliza, czyli łamanie szyfrów



Kryptologia

Dziedzina wiedzy z pogranicza matematyki i informatyki
oraz historii

Steganografia,
czyli ukrywanie wiadomości jawnej

Podstawa programowa

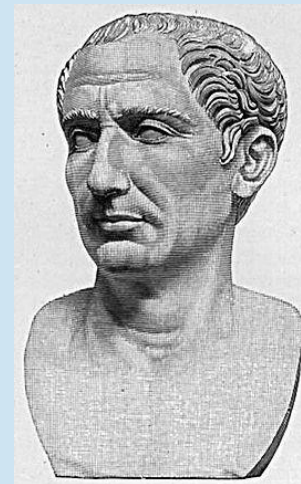
IV etap edukacyjny, informatyka, zakres rozszerzony

e) algorytmy kompresji i szyfrowania, np.:

- kody znaków o zmiennej długości, np. alfabet Morse'a, kod Huffmana,
- szyfr Cezara,
- szyfr przestawieniowy,
- szyfr z kluczem jawnym (RSA),
- wykorzystanie algorytmów szyfrowania, np. w podpisie elektronicznym,

Rodzaje szyfrów (historycznie)

- przestawieniowe
- podstawieniowe



Rodzaje szyfrów (współcześnie)

- szyfry z kluczem symetrycznym
- szyfry z kluczem asymetrycznym



Rivest



Shamir



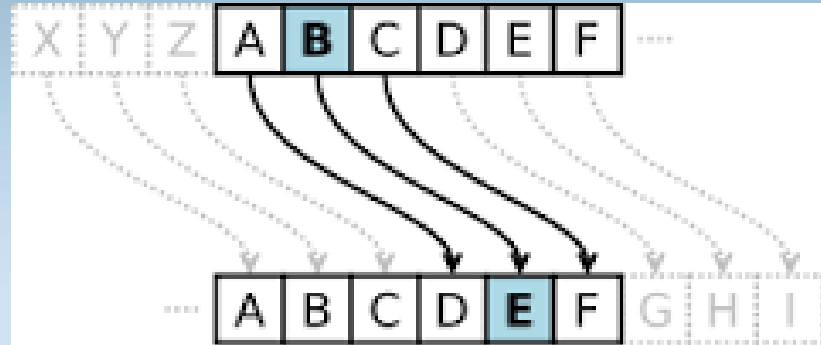
Adleman

Podstawy matematyczne

- arytmetyka modulo
- liczby pierwsze
- NWD, algorytm Euklidesa
- pojęcie funkcji, funkcja odwrotna

Szyfry podstawieniowe bliżej

- Szyfr Cezara



$S(x) = x + \text{przesunięcie (modulo długość alfabetu)}$

x – pozycja znaku w alfabecie (zaczynając od 0)

$D(x) = x - \text{przesunięcie (modulo długość alfabetu)}$

Jak złamać?

- mała liczba kluczy (przesunięć), można próbować wszystkie
- analiza częstości

Szyfry podstawieniowe bliżej (cd.)

- kluczem dowolna permutacja alfabetu

ZEBRANIEMETODYCZNE

ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ

ZEBRANIMTODYCFGHJKLPQSUUVWX

Jak złamać?

- testowanie kluczy odpada, $26! = 403291461126605635584000000$
- analiza częstości

Rodzaje szyfrów (cd.)

- szyfry monoalfabetyczne
- szyfry polialfabetyczne
- szyfry digraficzne
- ...

I wojna światowa

Georges Painvin – złamanie szyfru ADFGVX

Tablica Polibiusza



	A	D	F	G	V	X
A	C	O	8	X	F	4
D	M	K	3	A	Z	9
F	N	W	1	0	J	D
G	5	S	I	Y	H	U
V	P	1	V	B	6	R
X	E	Q	7	T	2	G

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I/J	K
3	L	M	N	O	P
4	Q	R	S	T	U
5	V	W	X	Y	Z

II wojna światowa

Złamanie szyfru Enigmy



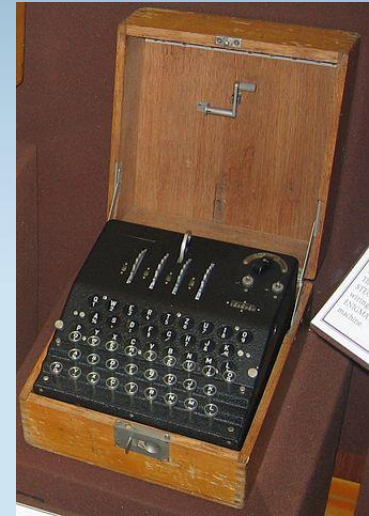
Marian Rejewski



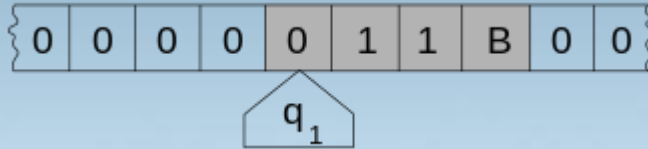
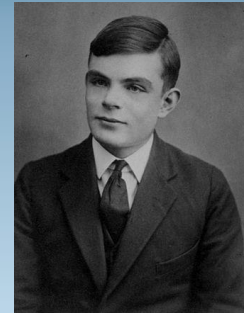
Henryk Zygalski



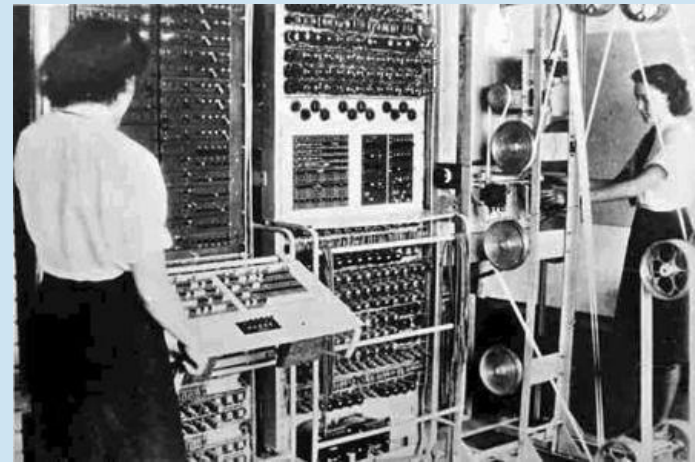
Jerzy Różycki



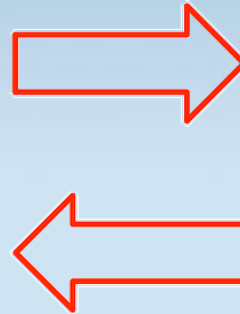
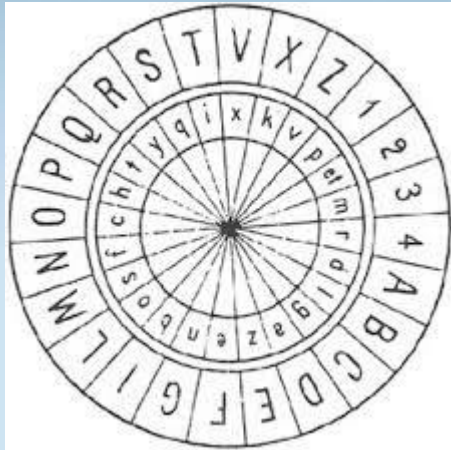
Alan Turing



- kontynuacja prac nad złamaniem szyfru Enigmy
- abstrakcyjny model komputera – maszyna Turinga
- Colossus - pierwsza maszyna elektroniczna zdolna pamiętać dane



Związki kryptologii z komputerami



- wykorzystanie w kryptoanalizie
- szyfrowanie połączeń internetowych
- podpis elektroniczny

Szyfr z kluczem asymetrycznym

- klucz publiczny,
funkcja szyfrująca oparta na kluczu publicznym
- klucz prywatny potrzebny do odszyfrowania
- nie można szybko wyznaczyć klucza prywatnego na podstawie klucza publicznego
(funkcji odwrotnej do funkcji szyfrującej)



Whitfield Diffie



Martin Hellman

Szyfr RSA

- klucz publiczny – para liczb (n, d)
 $n = p * q$ (dwie wielkie liczby pierwsze)
 $\text{NWD}(d, (p-1) * (q-1)) = 1$
- funkcja szyfrująca $S(x) = x^d \pmod{n}$
- klucz prywatny – para liczb (n, e)
 $e * d \pmod{(p-1) * (q-1)} = 1$
- funkcja deszyfrująca $D(x) = x^e \pmod{n}$

Podstawa programowa (cd.)

III etap edukacyjny, informatyka

IV etap edukacyjny, informatyka, zakres podstawowy

Projekt gimnazjalny

Dziękuję za uwagę